

## MATEMATIKATANULÁSI NEHÉZSÉGEKKEL KÜZDŐ TANULÓK SEGÍTÉSE

Szilák Aladárné (Eger, Hungary)

*Kiss Péter professzor emlékére*

**Abstract.** Hilfe für die Schüler (eventuell discalculierischen Schüler), die 5., 6. Klasse besuchen. Wir plantan und machten die Beschäftigungen, wonach hilfden Aufschließen. Die Essay stellt die Planung, Methoden, Mittel.

### 1. A téma választásáról

Az Eszterházy Károly Főiskola Matematika Tanszékén az elmúlt években kutatásokat kezdünk el matematika szakos főiskolai hallgatók közreműködésével szakmódszertanból matematikatanulási nehézségekkel küzdő felső tagozatos tanulók körében. Számos esetben tapasztaltuk, hogy a tanulók egy része (kb. 10%) különböző okok miatt (fejletlen kognitív képességek; a koncentrációképesség alacsony szintje; szociálisan hátrányos helyzet; diszkalkulia) nem képes a tantervi anyag minimumát sem elsajátítani. A matematika szinte minden témakörének tanítása és tanulása megkívánja, hogy a tanuló biztos számfogalommal rendelkezzen. Ha a természetes számok halmazában nem tud teljes biztonsággal tájékozódni, akkor nem boldogul később az egész számokkal és a törtekkal (racionális számokkal). E számhalmazok a tantervi anyag minimumát teszik ki, és a követelmények a minimális szintet jelentik. A 6. osztályos év végi követelményminimum figyelembevételével összeállítottunk egy olyan szintfelmérő feladatlapot (csak a racionális számokhoz kapcsolódva), melyet több iskolában 6., 7. osztályos, matematikából igen gyenge tanulókkal írtunk meg tanév elején. Az eredmény nagyon lehangoló volt: 3 feladat kivételével a teljesítmény átlag 20% körüli, az egész dolgozatot tekintve 35%. A feladatlapok segítségével a jellemző hibákat jól ki tudtuk szűrni, melyek alapján a következő kategóriákba soroltuk a tanulókat:

- (1) *Jellemző hibákat elkövetők.* (Hibák: hibás számolási technikák; előjelek elhagyása; rossz mértékegységváltás; kerekítési hibák; nehéz szövegértelmezés; téves matematikai modellalkotás; stb.)
- (2) *Helytelen, rossz matematikai gondolkodásra jellemző hibákat elkövetők.* (Hibák: gyenge analízis-szintetizálás; rossz analógia; hiányos algoritmus; intuitív gondolkodás; stb.)

- (3) *Diszkalkuliára jellemző hibákat elkövetők.* (Hibák a fentiekén túl: nem tudják a számokat növekvő vagy csökkenő sorrendbe rendezni; bizonytalan helyiérték-fogalom; iránytévesztés; fáradékonyság; figyelmetlenség.)

E hibák kategorizálásáról és részletezéséről Mesterházi Zsuzsa A matematikai feladatok megoldásának hibái című tanulmányában [3] részletesebben olvashatunk.

## 2. A fenti kategóriákba tartozó tanulók segítése

Az (1), (2) kategóriába tartozók hibáinak korrigálására **Gyakorló munkafüzeteket** állítottunk össze, melyek alkalmazásával tanórán, differenciált önálló munkában pótolhatták hiányosságait. Súlyosabb esetekben és a (3) kategóriában tanórán kívül **Felzárkóztató, fejlesztő foglalkozások** keretében nyújtottunk segítséget. Olyan egyéni (1-2-3 fős) felzárkóztató, fejlesztő foglalkozásokat terveztünk és próbáltunk ki, melyek egyrészt a hibák megelőzését is szolgálták, másrészt a felzárkóztatást az osztályfoknak megfelelő minimumszintre.

A felzárkóztató, fejlesztő foglalkozások általános elveivel, szervezésével, tartalmával, módszereivel, eszközeivel korábbi cikkünkben [3] már foglalkoztunk. E publikáció eddigi munkánk és eredményeink rövid konkretizálása.

### (a) A felzárkóztatás, fejlesztés tartalma (mindegyik kategóriában):

*Racionális számok.* (A tantervrészletet, mely a számfogalmat, műveletek értelmezését, műveletvégzési algoritmusokat emeli ki, korábbi cikkünkben [3] közzöltük.) E tananyag tükrében megvalósítottuk a legalapvetőbb elemi gondolkodási műveletek (analízis-szintézis; analógia) fejlesztését. Előkészítettük az absztrahálás folyamatát, az induktív következtetést, mely tapasztalásból kiinduló, sejtésen alapuló, a tanulók életkorának és képességeinek jól megfelelő módszer. Fontosnak tartottuk a figyelmetlenség, fáradékonyság kiküszöbölését, a rövid távú emlékezet és a kommunikációs képesség fejlesztését.

### (b) A fejlesztés során alkalmazott módszerek:

- Olyan **megtanítási eljárásokat** dolgoztunk ki, melyek sok tárgyi tevékenységen, szemléltetésen, önálló tapasztalatszerzésen alapultak. A megtanítási eljárásokat a legfontosabb matematikai tartalmakhoz készítettük el. Ilyenek: áttérés nagyobb számkörre, bővebb számhalmazra; műveletek, inverz műveletek értelmezése; műveletvégzési algoritmusok; mértékátváltások; szóveges feladatok megoldásának előkészítése; egyszerű arányos következtetések; százalékszámítási feladatok.
- Az **ellenőrzést, önellenőrzést, ismétlést, motiválást játékos feladatokkal, a tanulók önálló munkáit munkalapokkal**, mindezeket mint hagyományos módszereket is fontosnak tartottuk alkalmazni.

**(c) Taneszközök:**

- A tanulók tanórai egyéni munkájához **Gyakorló munkafüzeteket** készítettünk és a továbbiakban is folyamatosan készítjük. (Természetes számok, egész számok, racionális számok témákhoz kapcsolódva 3 füzet készült el 5. osztályos tanulóknak.) Ezek egy részét már kipróbáltuk.
- Külön **munkalapcsomagot** képeztek a **felzárkóztató, fejlesztő foglalkozások munkalapjai**.
- Montessori műveletábrákkal analóg **összeadó-, kivonó-, szorzó-, osztó-táblákat, gyakorlótáblákat** készítettünk az egész számokhoz.
- Az **applikációs modellek, szorobán, számológép, számítógép, számkártyák, számkorongok, képösszerakók stb.**, mint tanórai keretek között jól alkalmazható eszközök itt is alkalmas eszközháttért jelentettek.

**(d) Alkalmazott munkaformák:**

- A munkalapok az **egyéni munkát** biztosították.
- **Részben irányított munka** a tanár által felváltva egyéni munkával, sok magyarázat, segítség tette lehetővé a fejlődést.
- **Tanár-diák közös munkája** a nehezebb problémák esetében eredményesebb volt.
- **Diák-diák közös munkája** a könnyebb, játékos feladatok megoldása során motiváló volt, és a tanulók egymás közötti megmérettetését is lehetővé tette.

**(e) A felzárkóztatáshoz, fejlesztéshez kapcsolódó általános megjegyzéseink:**

- A diszkalkulia nem fogyatékoságként, hanem részképességszavarként értelmezett, ezért a *diszkalkuliásoknak is helyük van az általános iskolákban* (1993. évi LXXIX. számú és az 1999. évi LXVIII. számú törvények a közoktatásról). A törvény adta lehetőségek mellett súlyos esetekben nélkülözhetetlen a matematikatanár és a gyógypedagógus (logopédus) együttműködése.
- A tanári képesítés követelményeiről szóló kormányrendelet előírja, hogy a **tanárjelöltek elméleti és gyakorlati képzésében biztosítani kell a tanulók differenciált fejlesztésére való felkészülést**. Mint tanárképző intézmény matematika szakmódszertanból speciálkollégiumon, szakdolgozókkal és speciális iskolákban teljesítjük e feladatainkat.
- Sajnos a matematikatanulási nehézségek teljes megszüntetése fejlesztő, felzárkóztató terápiánk eredményeként sem lehet végleges, így a tartós, folyamatos segítséget, a minimális fejlődést és szinten tartást évről évre biztosítani kellene, sőt még középiskolában is szükséges lenne folytatni.
- Mivel a lemaradások 5. osztályig, sok tanulónál alsó tagozatig is visszavezethetők, így elsősorban 5., 6. osztályos tanulók fejlesztésével, felzárkóztatásával

foglalkoztunk. 48 foglalkozás tervét dolgoztuk ki, és egész tanévben folyamatosan fejlesztettünk 1-2-3, matematikából nagyon gyenge (esetleg diszkalkuliás) tanulót. 12 foglalkozás a természetes számok, 12 az egész számok, 12 a törtek, és végül az előző témákat megismételve és összefogva 12 a racionális számokhoz kapcsolódó minimális tananyagot tartalmazta. Ezek a foglalkozások tanórán kívül, heti 1-2 alkalommal 25-30 percig tartottak. A **Gyakorló munkafüzetek** — melyek a foglalkozásokhoz nagyon hasonló feladatokat tartalmaztak — biztosították az otthoni és a tanórai önálló gyakorlást. A fent említett fejlesztéseket, speciális módszereket, megtanítási eljárásokat, taneszközöket folyamatosan terveztük, elkészítettük és alkalmaztuk. Az alábbi terv egy foglalkozás (Egész számok, tematikus terv 5—6. foglalkozása) részletes leírását tartalmazza. A Feladat és a Munkalap között csak formai különbség van, ugyanis a Munkalap a tanuló taneszköze is. Természetesen minden matematikai tartalomra és fejlesztésre (pl. a gondolkodási műveletek terén) egy foglalkozás keretében nem tudunk kitérni. Egy-egy alkalommal a **Vázlatban** megtervezett matematikai tartalmakat és fejlesztéseket erősítjük. Hasonló elveken és szerkesztésen alapulva készült a többi foglalkozás terve is.

### 3. Egy fejlesztő foglalkozás terve

#### I. Vázlat

**Téma:** Az egész számok

**A foglalkozás anyaga:** Az egész számok ellentettje, abszolút értéke

**Javítandó matematikai probléma:** Az ellentett és az abszolút érték fogalmának az összekeverése

**Fejlesztés:**

- Számemlékezet (1. feladat)
- Lényegkiemelés (szöveges feladat értelmezése) (2. feladat)
- Térbeli tájékozódás (3. feladat)
- Analógiás gondolkodás (3. és 4. feladat, 5. és 6. feladat)

**Matematika:**

- Egész számok a számegyenesen
- A pozitív egész számok ellentettjei
- Negatív egész számok ellentettjei
- Egész számok abszolút értéke

**Taneszközök:** munkalapok; számegyenes (1 m hosszú, 10 cm széles papírcsíkon a számok  $-25$ -től  $+25$ -ig); kék és piros számkorongok. (Negatív számok kék, pozitív számok piros színűek. Egy számot modellező korongból több is szükséges.)

**Módszerek:** Tanuló egyéni munkája munkalappal; tanár-diák beszélgetés; tanári irányítás; egyéni játék munkalap segítségével; közös játék (tanár-diák, diák-diák); önellenőrzés.

**Munkaformák:**

1. feladat: önálló munka munkalappal
2. feladat: tanári segítség; tanár-diák közös munkája, önálló munka munkalappal
3. feladat: tanári segítség, tanár-diák közös munkája
4. feladat: önálló munka munkalappal
5. feladat: közös munka (játék)
6. feladat: otthoni munka (tanórai önálló munka)

## II. Kidolgozás

1. feladat: *Emlékező játék*

### 1. munkalap

Az utasításoknak megfelelően dolgozz! Figyeld meg a I. táblázatot! Az üres helyeken pótdold a hiányzó számokat, és jól jegyezd meg őket!

I. táblázat

-23	-22	-21	-20	-19	-18
-17	-16	-15		-13	-12
-11		-9	-8	-7	-6
-5		-3	-2	-1	0
1	2	3	4		6
7	8		10	11	12

A fenti táblázatot takard le, és a II. táblázatban karikázd be a megjegyzett számokat!

II. táblázat

-23	-22	-21	-20	-19	-18
-17	-16	-15	-14	-13	-12
-11	-10	-9	-8	-7	-6
-5	-4	-3	-2	-1	0
1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12

A számkorongok közül válaszd ki a bekarikázottakat!

Vedd elő a számegyenest! Rakd a számegyenesen mindegyik korongot a megfelelő helyre!

Fordítsd meg a korongokat!

Ha jól dolgoztál egy dicsérő szót kaptál eredményként.

Írd ide: ÜGYES

## 2. feladat:

*Tanár: Figyeld meg a következő feladat szövegét!*

*Andris családi házuk pincéjébe 13 lépcsőfokon tud lemenni. Édesapjának segít a téli tüzelőt lehordani. Kosaranként 10 kg fát tud egyszerre levinni. Hány  $q$  fát hord le Andris, ha 15-ször fordul?*

## 2. munkalap

Válaszolj a kérdésekre előbb szóban, majd írásban!

— Hány lépcsőfokon lehet a pincébe lejutni?

Válasz: .....

— Hány kg fát tud kosaranként Andris levinni?

Válasz: .....

— Hányszor fordul?

Válasz: .....

— Folytasd!

1. forduló	2. forduló	3. forduló	4. forduló	...
↓	↓	↓	↓	↓
10 kg	+10 kg	+10 kg	+10 kg	+

— Hány  $q$  fát hordott le összesen?

Válasz:  $10 \cdot 15 \text{ kg} = \dots \text{ kg} = \dots q$

- Van-e a feladatban olyan adat (információ), amelyet nem használtál fel a megoldáshoz?

Válasz: .....

### 3. feladat:

*Tanár: Lépegess a lépcsőn az utasításoknak megfelelően!*

#### 3. munkalap

(Egy 15-15 lépcsőfokból álló lépcsősort tartalmaz, amely a Földszintről megy az Emeletre, illetve a Pincébe. )

- *A Földszintről indulj! Lépkedj az Emelet 9. lépcsőfokára!*
- *A számkorongok közül tedd ide az ennek megfelelő!*
- *Hány lépcsőfokra vagy a Földszinttől?*
- *Keresd meg a válaszodnak megfelelő korongot!*
  
- *A Földszintről indulj! Lépkedj a Pince 9. lépcsőfokára!*
- *A számkorongok közül tedd ide az ennek megfelelő!*
- *Hány lépcsőfokra vagy a Földszinttől?*
- *Keresd meg a válaszodnak megfelelő korongot!*
  
- *Hasonlítsd össze a két megkeresett korongot! Mit tapasztalsz?*

### 4. feladat:

#### 4. munkalap

Vedd elő a számegyenesmodellt! Lépegess egyesével az utasításoknak megfelelően! Mindig a 0-ról indulj!

- Lépj a (+6)-ra ! A korongok közül tedd ide az ennek megfelelő!  
Hány egységre van a korong a 0-tól?  
Válasz: ..... egységre van.  
Keresd meg a válaszodnak megfelelő korongot!
  
- Lépj a (−6)-ra! A korongok közül tedd ide az ennek megfelelő!  
Hány egységre van a korong a 0-tól?  
Válasz: ..... egységre van.  
Keresd meg a válaszodnak megfelelő korongot!
  
- Hasonlítsd össze a két megkeresett korongot! Mit tapasztalsz?

Válasz: .....

### Jegyezd meg!

A  $(+6)$  és a  $(-6)$  ugyanannyi egységre (ugyanolyan távolságra) van a 0-tól. Ezt a távolságot a  $(+6)$  és a  $(-6)$  abszolút értékének nevezzük. A  $(+6)$  abszolút értéke önmaga, a  $(-6)$  abszolút értéke az ellentettje, azaz  $(+6)$ .

### 5. feladat:

Tanár: Játsszunk együtt!

*Az első hiányos mondat egyik kipontozott helyére egy számkorongot teszek. Tedd te is a megfelelő korongokat a többi kipontozott helyre úgy, hogy mindkét mondat igaz legyen! Az 5. munkalap táblázatába írjuk eredményeinket! Felváltva kezdjünk! Aki jól oldja meg a feladatát,  $(+1)$ -es piros korongot kap, aki hibázik,  $(-1)$ -es kék korongot. Az a játékos dicsérhető meg, akinek nincs kék vagy kevés kék korongja van.*

### 5. munkalap

A ..... ellentettje .....

A ..... és a ..... abszolút értéke .....

Kezdő játékos									
Másik játékos									
A számok abszolút értéke									

### 6. feladat:

### 6. munkalap

Vedd át a hiányzó játékos(ok) szerepét! Töltsd ki a táblázatot!

Ha elfelejtetted a játékot nézd meg az 5. munkalapot!

A ..... ellentettje .....

A ..... és a ..... abszolút értéke .....

Kezdő ját.	$(+2)$		$(-13)$	$(+14)$			0	$(-20)$
Másik ját.	$(-2)$	$(+10)$			$(-10)$	$(+7)$		
Absz. ért.	$(+2)$	$(+10)$			$(+10)$	$(+7)$		



#### 4. További terveink

Mivel a matematikatanulási nehézségekkel küzdő tanulók is sokféle problémát mutatnak, így fejlesztésük, felzárkóztatásuk egyéni módon lehetséges. Ezért statisztikailag is értékelhető eredményekről, átfogó elemzésekről, a fejlesztés eredményeiről, tapasztalatról csak többszöri kipróbálás után tudunk majd beszámolni.

Az elvárható matematikai alpműveltség megszerzése és az általános iskola sikeres befejezése a matematikából nagyon gyenge tanulókkal is elérhető, ha folyamatos segítséget kapnak. Ezért 7., 8. osztályban is folytatni kell a fejlesztést, felzárkóztatást. A minimális követelmények figyelembevételével a matematikai tartalmat bővítve, a foglalkozásokat megismételjük. Hiszen nagyon fontos, hogy a 8. osztály végére ezek a tanulók is olyan szintre jussanak matematikából, hogy a mindennapi élethelyzetekben és a továbbtanulás során is boldoguljanak.

#### Irodalom

- [1] CZEGLÉDY ISTVÁN—OROSZ GYNULÁNÉ—SZALONTAI TIBOR—SZILÁK ALADÁRNÉ: *Matematika tantárgypedagógia I.* (Főiskolai jegyzet.) Calibra Kiadó, Budapest, 1994.
- [2] GRISSEMANN, H.—WEBER, A.: *Speciális számolási zavarok, okok és terápia.* Hans Huber Kiadó, Bern, 1982.
- [3] MESTERHÁZI ZSUZSA: *Diszkalkuliáról pedagógusoknak.* BGGYTF, Budapest, 1996.
- [4] SZILÁK ALADÁRNÉ: Matematikatanulási nehézségek, diszkalkulia. *Acta Acad. Paed. Agriensis, Sectio Math.* **27** (2000), 113—123.
- [5] SZILÁK ALADÁRNÉ: Felső tagozatos diszkalkuliás tanulók segítése. *Acta Acad. Paed. Agriensis, Sectio Math.* **28** (2001), 107—113.

#### Szilák Aladárné

Károly Eszterházy College  
Department of Mathematics  
Leányka Str. 4.  
H-3300 Eger, Hungary  
E-mail: szilakne@ektf.hu